

Robotik I im WS 2016/17

Musterlösungen zum 5. Übungsblatt

Prof. Dr.-Ing. Tamim Asfour
Prof. Dr.-Ing. Rüdiger Dillmann
Dr.-Ing. Nikolaus Vahrenkamp
Dipl.-Inform. Manfred Kröhnert
Dipl.-Inform. Peter Kaiser
Dipl.-Inform. Markus Grotz
Adenauerring 2, Geb. 50.20
Web: <http://h2t.anthropomatik.kit.edu>

Lösung 1

(Grasp Wrench Space)

1. $\beta = \arctan \mu = \arctan 1 = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$
2. Die Reibungsdreiecke sind in Abbildung 1 dargestellt.

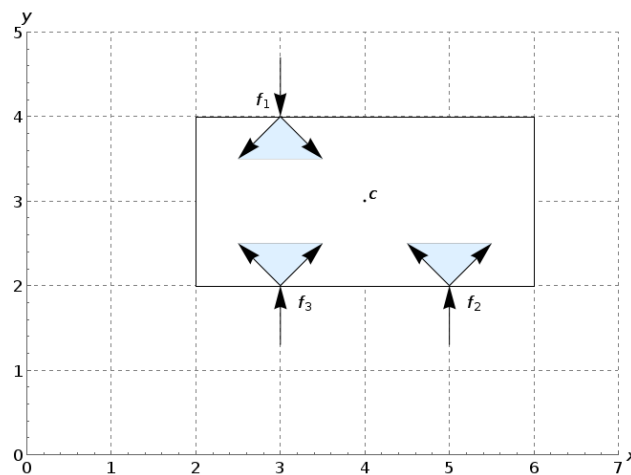


Abbildung 1: Die Reibungsdreiecke an den Punkten p_1 , p_2 und p_3 .

3. Rotiert man den Vektor $\mathbf{v} = (x, y)^T$ um den Winkel β , so erhält man

$$\mathbf{v}' = (x \cos \beta - y \sin \beta, y \cos \beta + x \sin \beta)^T.$$

Somit ist

$$\begin{aligned}
f_1^a &= (0 \cdot \cos(-45^\circ) - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sin(-45^\circ), -\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos(-45^\circ) + 0 \cdot \sin(-45^\circ))^T = (-0.5, -0.5)^T \\
f_1^b &= (0 \cdot \cos(45^\circ) - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sin(45^\circ), -\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos(45^\circ) + 0 \cdot \sin(45^\circ))^T = (0.5, -0.5)^T \\
f_2^a &= (0 \cdot \cos(-45^\circ) - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sin(-45^\circ), \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos(-45^\circ) + 0 \cdot \sin(-45^\circ))^T = (0.5, 0.5)^T \\
f_2^b &= (0 \cdot \cos(45^\circ) - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sin(45^\circ), \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos(45^\circ) + 0 \cdot \sin(45^\circ))^T = (-0.5, 0.5)^T \\
f_3^a &= (0 \cdot \cos(-45^\circ) - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sin(-45^\circ), \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos(-45^\circ) + 0 \cdot \sin(-45^\circ))^T = (0.5, 0.5)^T \\
f_3^b &= (0 \cdot \cos(45^\circ) - \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \sin(45^\circ), \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos(45^\circ) + 0 \cdot \sin(45^\circ))^T = (-0.5, 0.5)^T.
\end{aligned}$$

4. Die Verbindungsvektoren zum Schwerpunkt sind:

$$\begin{aligned}
d_1 &= (p_1 - c) = (-1, 1)^T, \\
d_2 &= (p_2 - c) = (1, -1)^T, \\
d_3 &= (p_3 - c) = (-1, -1)^T.
\end{aligned}$$

Die zugehörigen Momente ergeben sich zu:

$$\begin{aligned}
\tau_1^a &= d_1 \times f_1^a = (-1, 1)^T \times (-0.5, -0.5)^T = (-1 \cdot -0.5 - 1 \cdot -0.5) = 1, \\
\tau_1^b &= d_1 \times f_1^b = (-1, 1)^T \times (0.5, -0.5)^T = (-1 \cdot 0.5 - 1 \cdot -0.5) = 0, \\
\tau_2^a &= d_2 \times f_2^a = (1, -1)^T \times (0.5, 0.5)^T = (1 \cdot 0.5 - -1 \cdot 0.5) = 1, \\
\tau_2^b &= d_2 \times f_2^b = (1, -1)^T \times (-0.5, 0.5)^T = (1 \cdot 0.5 - -1 \cdot -0.5) = 0, \\
\tau_3^a &= d_3 \times f_3^a = (-1, -1)^T \times (0.5, 0.5)^T = (-1 \cdot 0.5 - -1 \cdot 0.5) = 0, \\
\tau_3^b &= d_3 \times f_3^b = (-1, -1)^T \times (-0.5, 0.5)^T = (-1 \cdot 0.5 - -1 \cdot -0.5) = -1,
\end{aligned}$$

Die *wrenches* sind somit:

$$\begin{aligned}
w_1^a &= (-0.5, -0.5, 1)^T, \\
w_1^b &= (0.5, -0.5, 0)^T, \\
w_2^a &= (0.5, 0.5, 1)^T, \\
w_2^b &= (-0.5, 0.5, 0)^T, \\
w_3^a &= (0.5, 0.5, 0)^T, \\
w_3^b &= (-0.5, 0.5, -1)^T.
\end{aligned}$$

5. Der Griff ist nicht kraft-geschlossen, da der Ursprung nicht innerhalb der Konvexen Hülle der *wrenches* liegt. Die ε -Metrik ist 0.

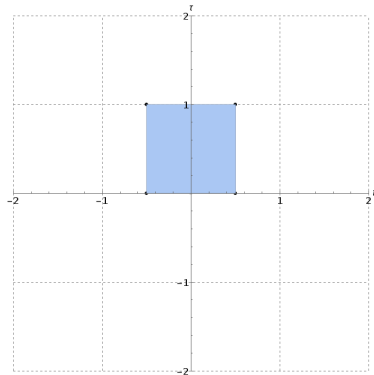


Abbildung 2: Die konvexe Hülle der *wrenches* an den Punkten p_1 und p_2 (Dimensionen f_y und τ).

6. Der Griff ist kraft-geschlossen, da der Ursprung innerhalb der Konvexen Hülle der *wrenches* liegt und $\varepsilon > 0$ gilt.

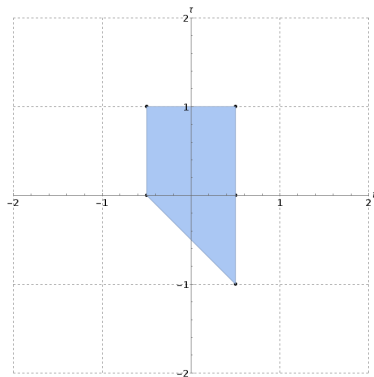
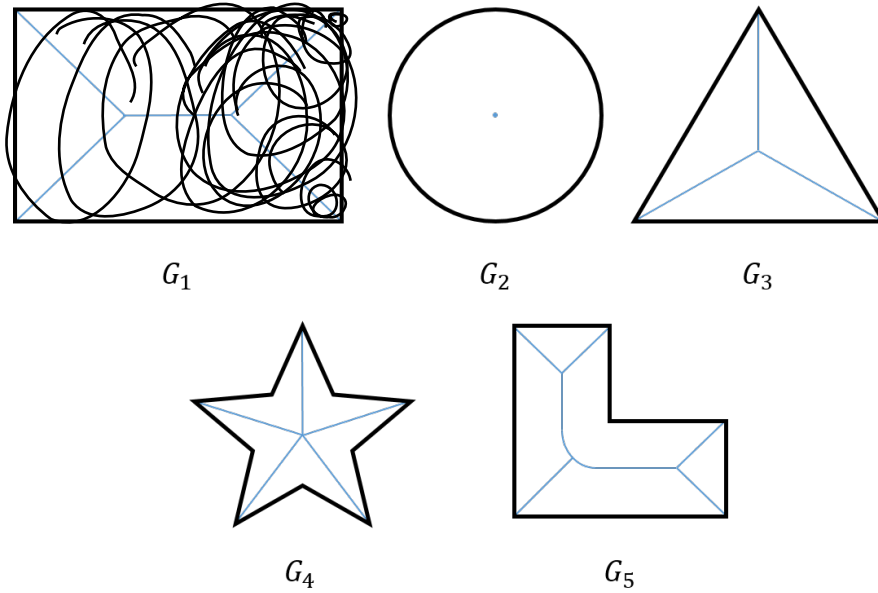


Abbildung 3: Die konvexe Hülle der *wrenches* an den Punkten p_1 , p_2 und p_3 (Dimensionen f_y und τ).

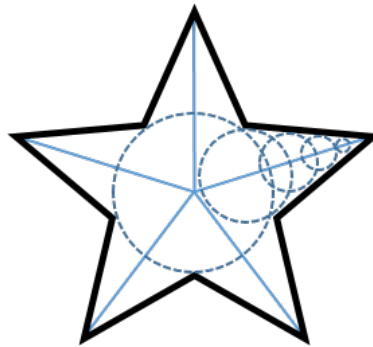
Lösung 2

(Mediale Achsen)

Die medialen Achsen der Gebiete $G_1, \dots, G_5$ sind in der folgenden Skizze zu sehen:



Das Prinzip der medialen Achse lässt sich gut visualisieren, indem einige der maximalen Kreise eingezeichnet werden, im Folgenden beispielhaft anhand von Gebiet G_4 :



Lösung 3

(Farbrepräsentationen)

1. RGB: (120, 80, 210)

Hue:

$$\begin{aligned}
c &= \cos^{-1} \left(\frac{2R - G - B}{2\sqrt{(R - G)^2 + (R - B)(G - B)}} \right) \\
&= \cos^{-1} \left(\frac{240 - 80 - 210}{2\sqrt{(120 - 80)^2 + (120 - 210)(80 - 210)}} \right) \\
&= \cos^{-1} \left(\frac{-50}{2\sqrt{1600 + 11700}} \right) \\
&\approx \cos^{-1}(-0.2168) \\
&\approx 102.5^\circ \\
H &= 360^\circ - c \approx 257.5^\circ, \text{ da } B \geq G
\end{aligned}$$

Saturation:

$$\begin{aligned}
S &= 1 - \frac{3}{R + G + B} \min(R, G, B) \\
&= 1 - \frac{3}{120 + 80 + 210} 80 \\
&= 1 - \frac{240}{410} \\
&\approx 0.415
\end{aligned}$$

Intensity:

$$\begin{aligned}
I &= \frac{R + G + B}{3} \\
&= \frac{410}{3} \\
&\approx 136.7
\end{aligned}$$

2. RGB: (0, 150, 130)

Hue:

$$\begin{aligned}
\theta &= \cos^{-1} \left(\frac{2R - G - B}{2\sqrt{(R - G)^2 + (R - B)(G - B)}} \right) \\
&= \cos^{-1} \left(\frac{0 - 150 - 130}{2\sqrt{(0 - 150)^2 + (0 - 130)(150 - 130)}} \right) \\
&= \cos^{-1} \left(\frac{-280}{2\sqrt{22500 - 2600}} \right) \\
&\approx \cos^{-1}(-0.9924) \\
&\approx 172.9^\circ \\
H &= \theta \approx 172.9^\circ, \text{ da } B < G
\end{aligned}$$

Saturation:

$$\begin{aligned} S &= 1 - \frac{3}{R+G+B} \min(R, G, B) \\ &= 1 - 0 = 1 \end{aligned}$$

Intensity:

$$\begin{aligned} I &= \frac{R+G+B}{3} \\ &= \frac{280}{3} \\ &\approx 93.3 \end{aligned}$$

3. R, G und B ändern sich gleichmässig, d.h. vergrössern oder verringern sich um den gleichen Faktor. H und S bleiben unverändert, I verändert sich entsprechend der Helligkeitsänderung.
4. Da sich hier nicht nur die Lichtintensität, sondern auch das Farbspektrum des Lichtes ändert, verändern sich alle Werte, auch H und S - allerdings in den meisten Fällen deutlich weniger als die RGB-Werte.

Lösung 4

(Filter in der Bildverarbeitung)

1. Die Randpixel des Ergebnisbildes werden hier ignoriert, die übrigen berechnet man folgendermaßen:

$$\begin{aligned} B_x(2,2) &= -1B(1,1) + 0B(1,2) + 1B(1,3) - 1(B(2,1) + 0B(2,2) + \\ &\quad 1B(2,3) - 1B(3,1) + 0B(3,2) + 1B(3,3)) \\ &= -20 + 0 + 20 - 20 + 0 + 20 - 20 + 0 + 20 = 0 \\ B_x(2,3) &= -20 + 0 + 20 - 20 + 0 + 20 - 20 + 0 + 20 = 0 \\ B_x(2,4) &= -20 + 0 + 40 - 20 + 0 + 40 - 20 + 0 + 40 = 60 \end{aligned}$$

etc., das Ergebnis ist

$$B_x = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 60 & 60 & 0 & 0 & -30 & -30 & 0 \\ 0 & 0 & 40 & 40 & 0 & 0 & -50 & -50 & 0 \\ 30 & 0 & 20 & 20 & 0 & 0 & -70 & -70 & 0 \\ 60 & 30 & 0 & 0 & 0 & 0 & -90 & -90 & 0 \\ 60 & 60 & 30 & 0 & 0 & 0 & -90 & -90 & 0 \end{pmatrix}$$

2.

$$B_y = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 90 & 90 & 70 & 50 & 30 & 30 & 10 & -10 & -30 \\ 60 & 90 & 70 & 50 & 30 & 30 & 10 & -10 & -30 \\ -60 & -30 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -60 & -60 & -30 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Lösung 5

(Kameramodell)

1.

$$u = \frac{f}{z}x$$

$$x = u \frac{z}{f}$$

$$x = 0,8mm \frac{350m}{20mm}$$

$$x = 0,8 \frac{350m}{20}$$

$$x = 0,4 \cdot 35m = 14m$$

2.

$$100 \frac{\pi}{2} m \approx 157m$$

$$314px = \frac{20mm}{800m} 157m$$

$$314px = \frac{20mm}{800} 157$$

$$2px = \frac{20mm}{800}$$

$$2px = \frac{1mm}{40}$$

$$80px = 1mm$$